

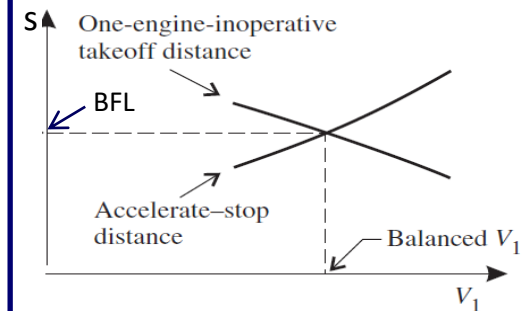
AIRCRAFT DESIGN AND SYSTEMS GROUP (AERO)

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Dennis Lucht

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME
2. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Jens Baaran

Präsentation der Bachelorthesis
Hamburg, 2022-07-07



Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Motivation

- **Flugzeugentwurf** ist ein **iterativer Prozess**
- Zur Ermittlung von **Startwerten** werden häufig **analytische Gleichung** zur Abschätzung verwendet
 - Es finden sich verschiedene Verfahren in der **Literatur** um die TOFL analytisch zu ermitteln
- Die **Sicherheitsstartstrecke** limitiert das **maximale Startgewicht**
- Eine **genaue Berechnung** ist nur **numerischen** möglich
 - Wie genau können entsprechende analytische Gleichungen sein?
 - In welchen Größenordnung sind Abweichungen zu erwarten?
 - Welche Verfahren liefern die “besten” Ergebnisse?

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

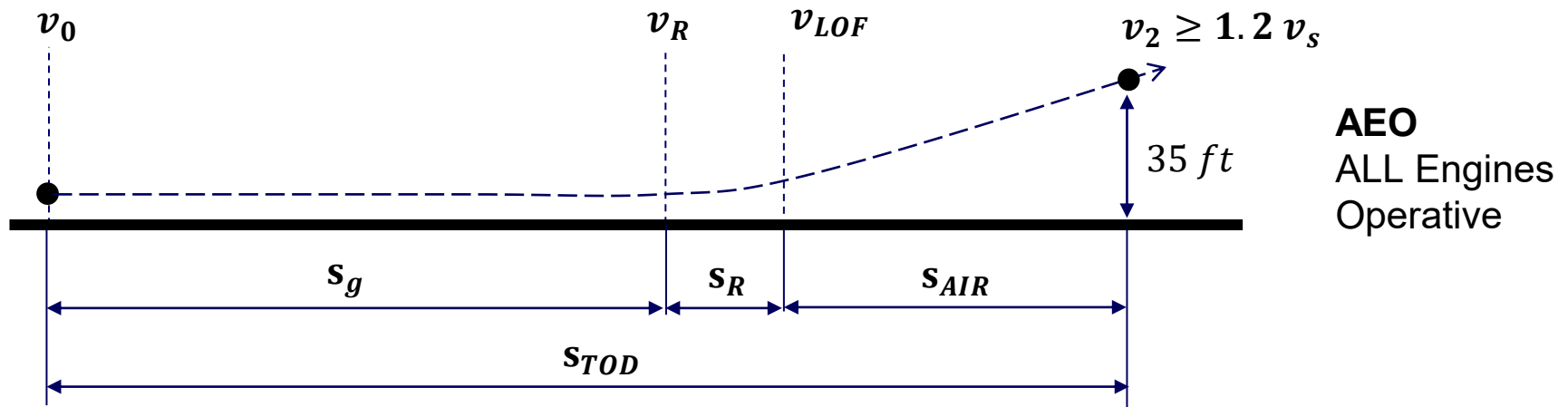
Inhaltsverzeichnis

- **Einleitung**
 - Definition Takeoff Field Length (TOFL)
 - Ziele
- **Methodik**
 - Numerische Lösung (BFL, TOD1.15)
 - Analytische Lösungsansätze (BFL, TOD1.15)
- **Ergebnis**
- **Zusammenfassung und Fazit**

Einleitung

Einleitung

Definition: Takeoff Distance

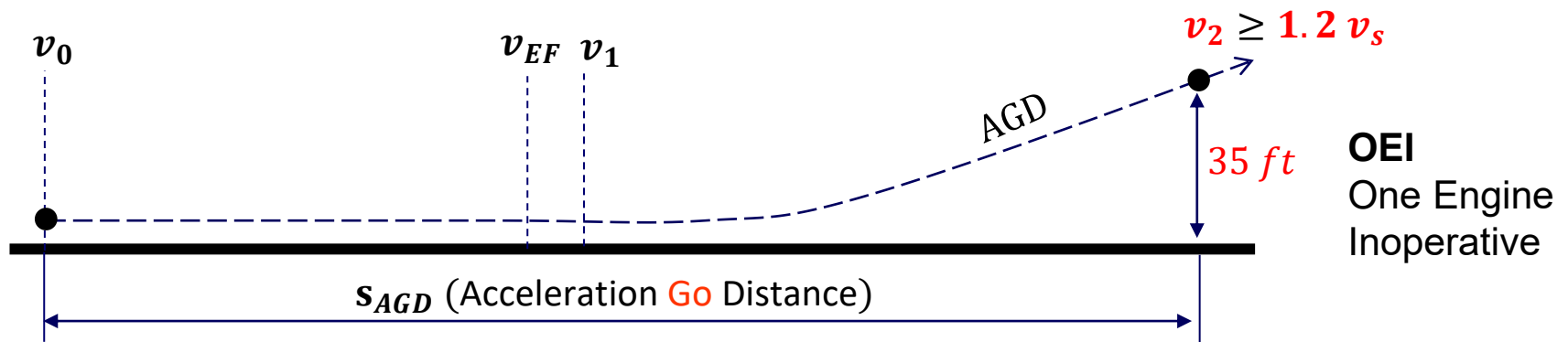


s_g	Startrollstrecke
s_R	Rotationsstrecke
s_{AIR}	Übergangs - & Steigstrecke
s_{TOD}	Startstrecke

v_0	= 0 kt
v_R	Rotationsgeschwindigkeit
v_{LOF}	Abhebegeschwindigkeit
v_2	Sicherheitsstartgeschwindigkeit
v_s	Strömungsabrissgeschwindigkeit

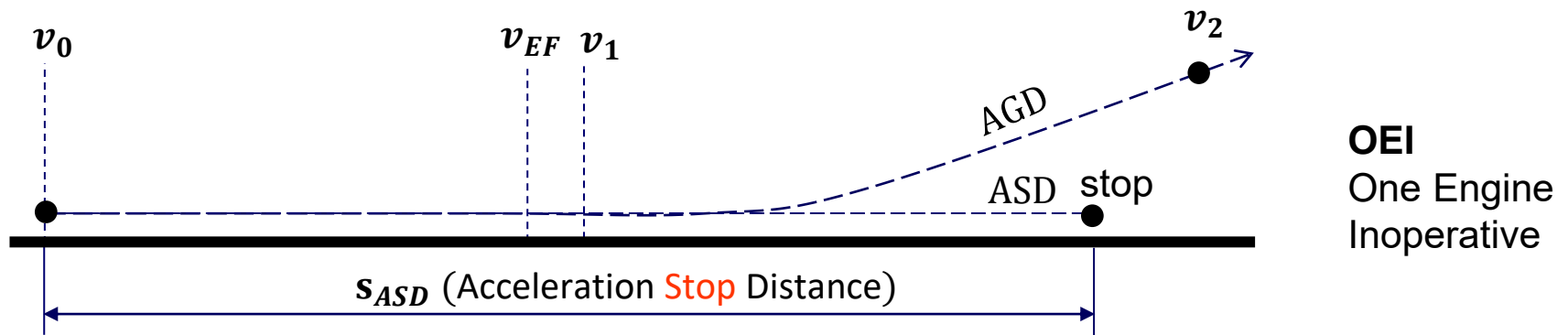
Einleitung

Definition: Balanced Field Length (BFL)



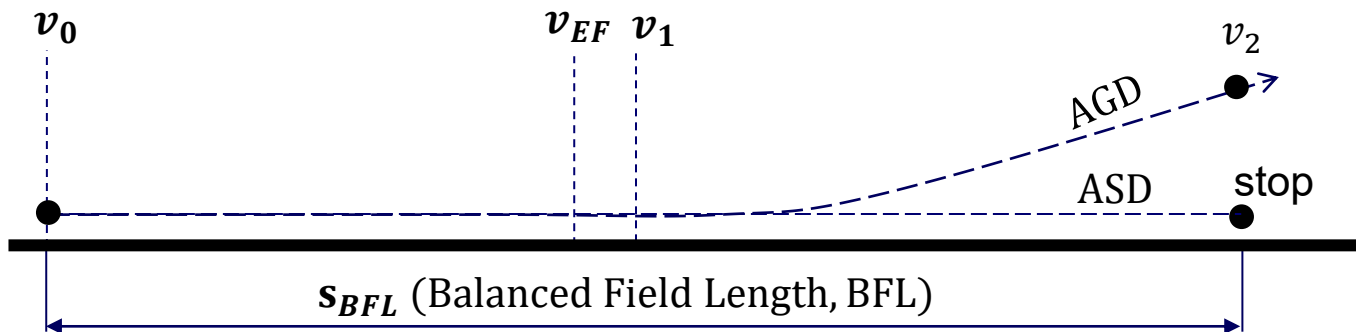
Einleitung

Definition: Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

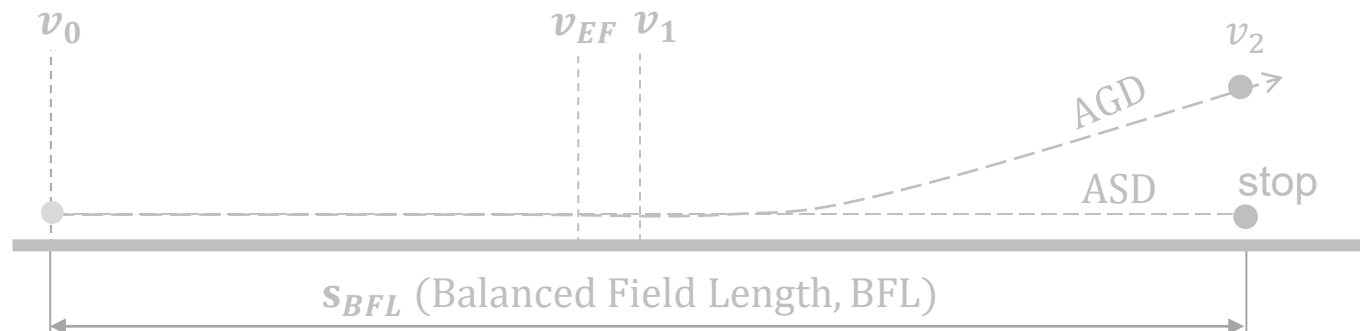
Definition: Balanced Field Length (BFL)



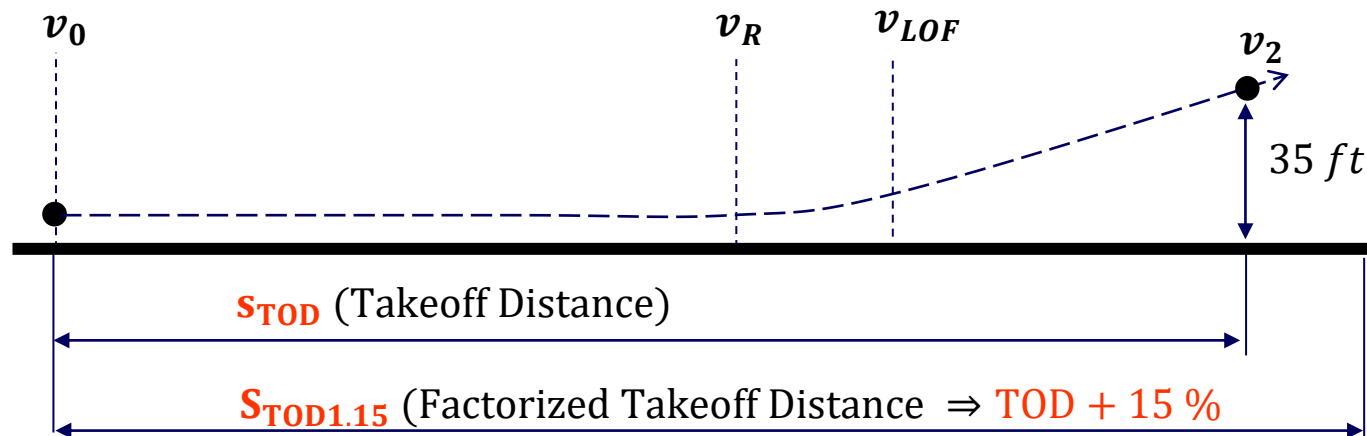
OEI
One Engine
Inoperative

Einleitung

Definition: Factorized Takeoff Distance (TOD1.15)



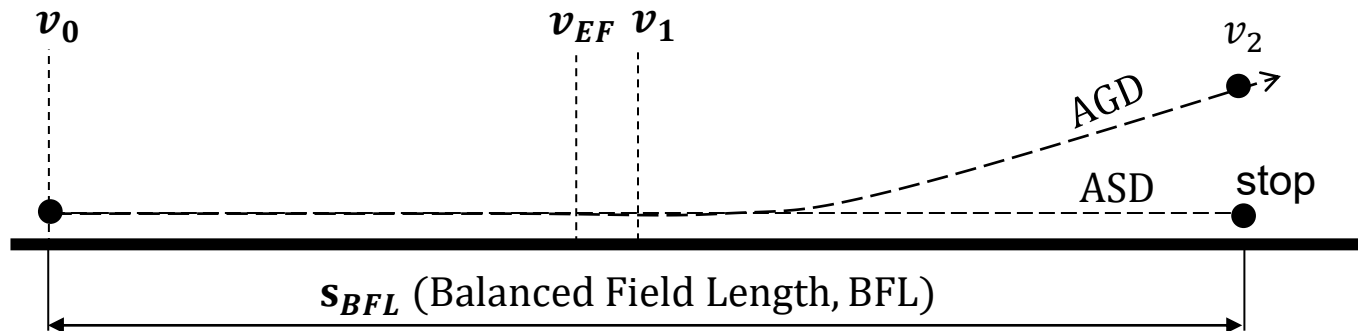
OEI
One Engine
Inoperative



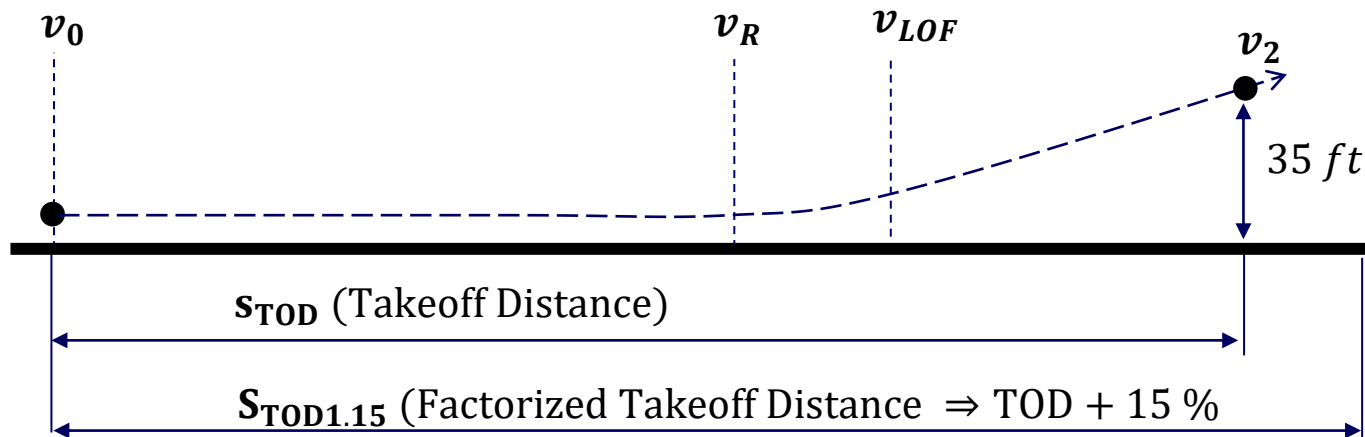
AEO
ALL Engines
Operative

Einleitung

Definition: Takeoff Field Length (TOFL)



OEI
One Engine
Inoperative



AEO
ALL Engines
Operative

Einleitung

Ziele

- **Analytische** Lösung der **TOFL** für **Jet-Flugzeuge** mit **2** und **4** Triebwerken basierend auf:
 - **Loftin 1980**
 - Torenbeek 1982
 - Kroo 2001
 - Kundu 2010
 - Ggfs. **Anpassungen**
- **Numerische** Berechnung mittels **MATLAB**
 - Musterflugzeuge: **Airbus A320 & A340**
 - Relativwert für „richtiges“ Ergebnis

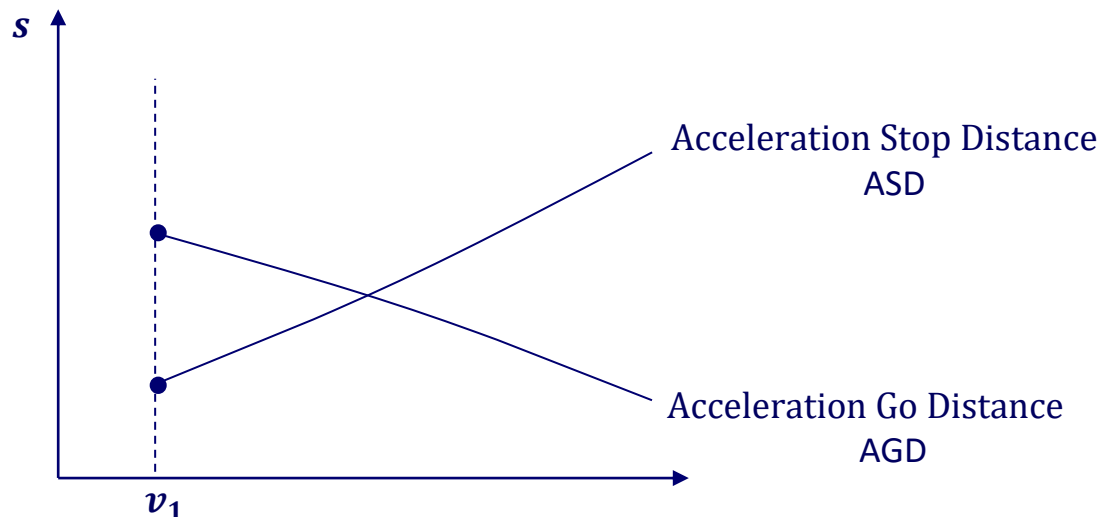
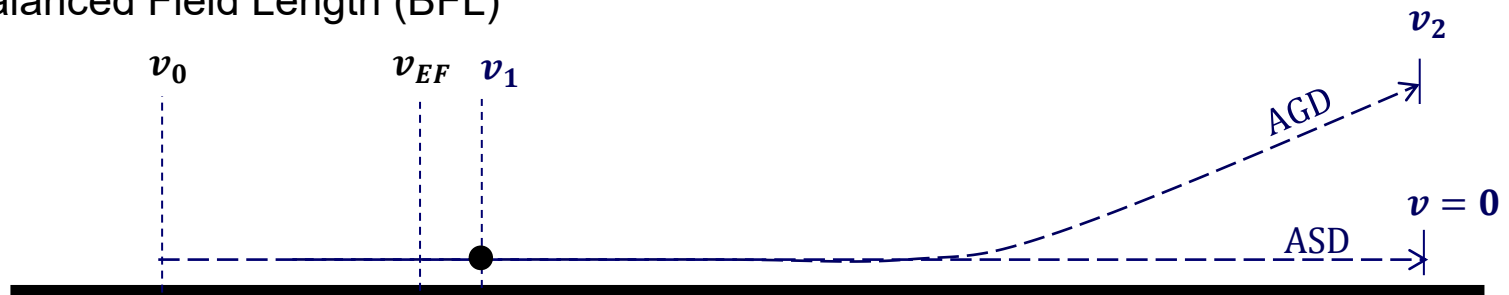
Methodik

Numerische Berechnung der TOFL

Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

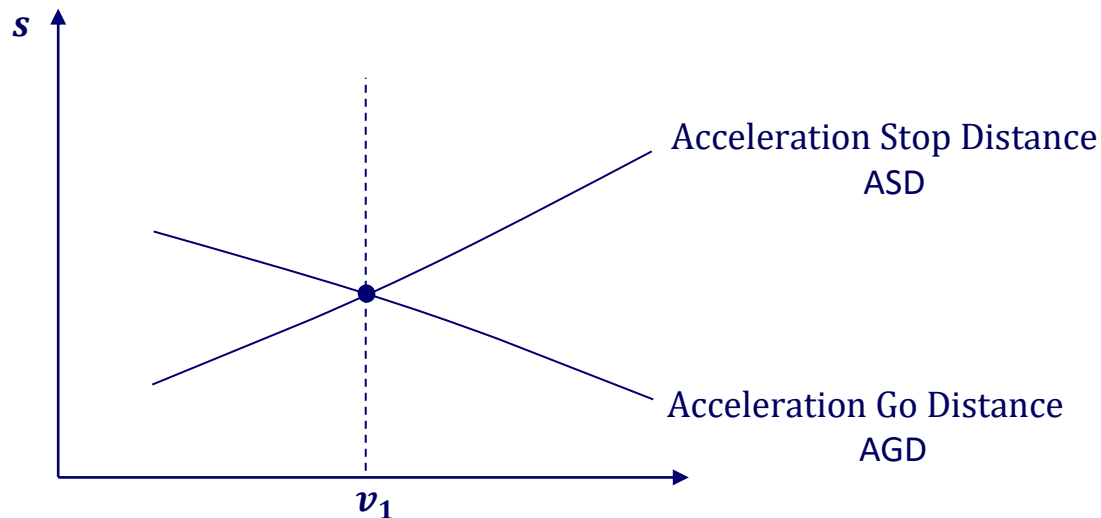
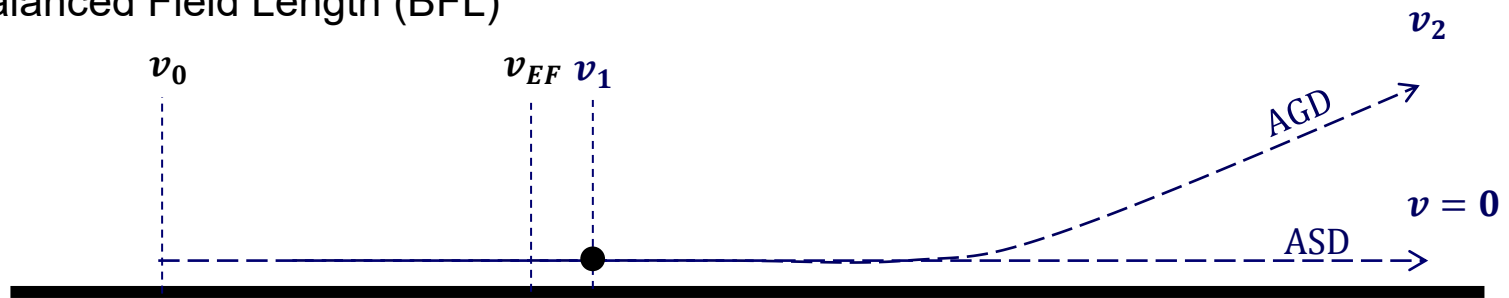
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

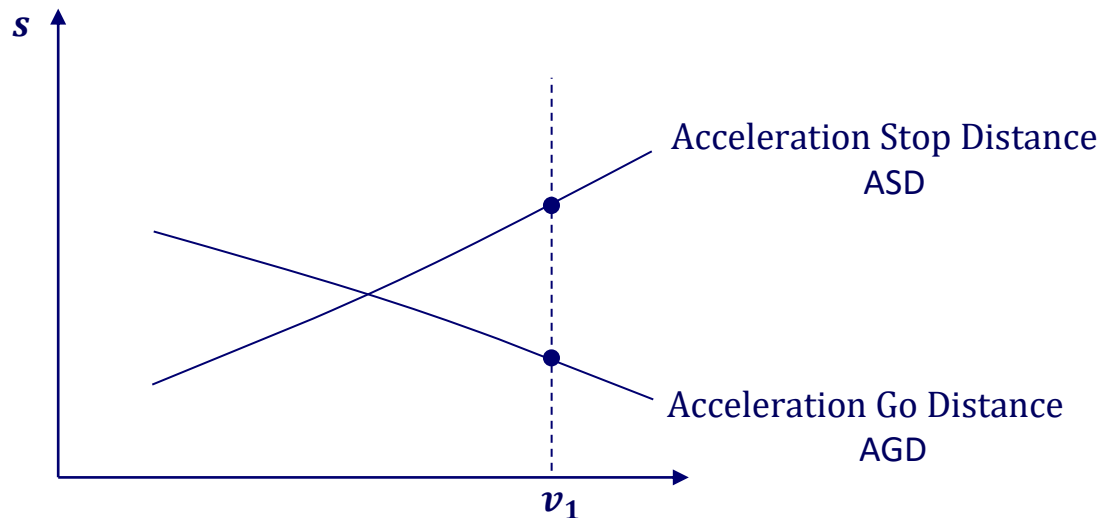
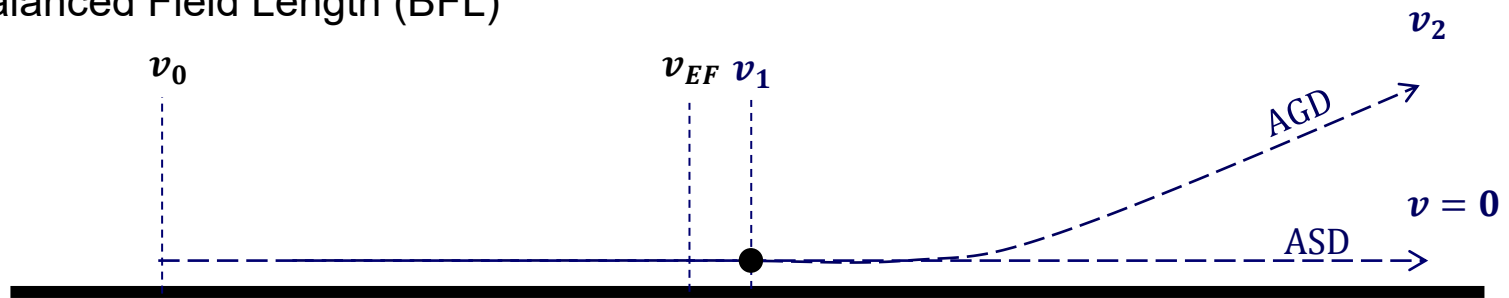
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

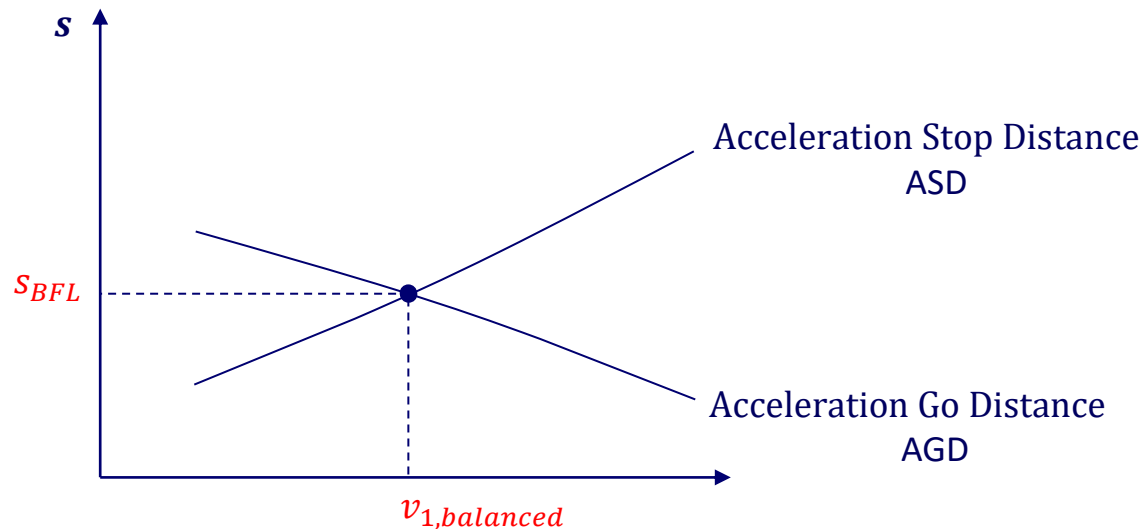
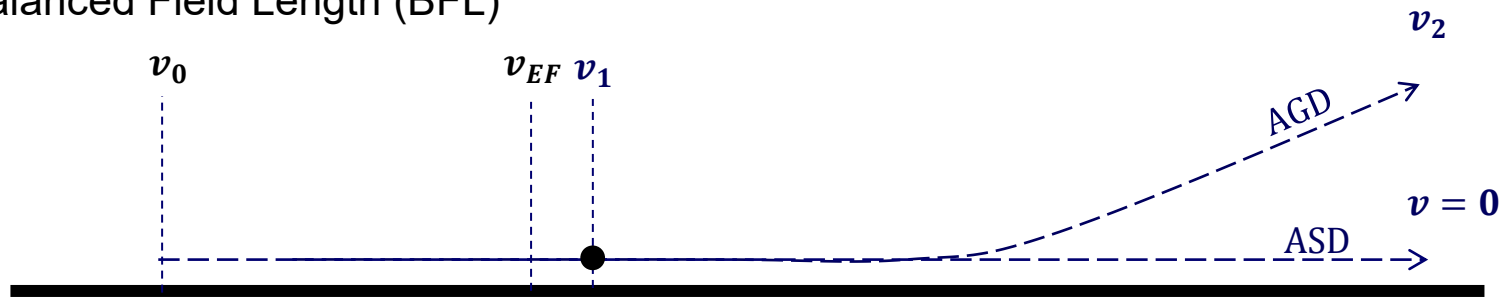
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

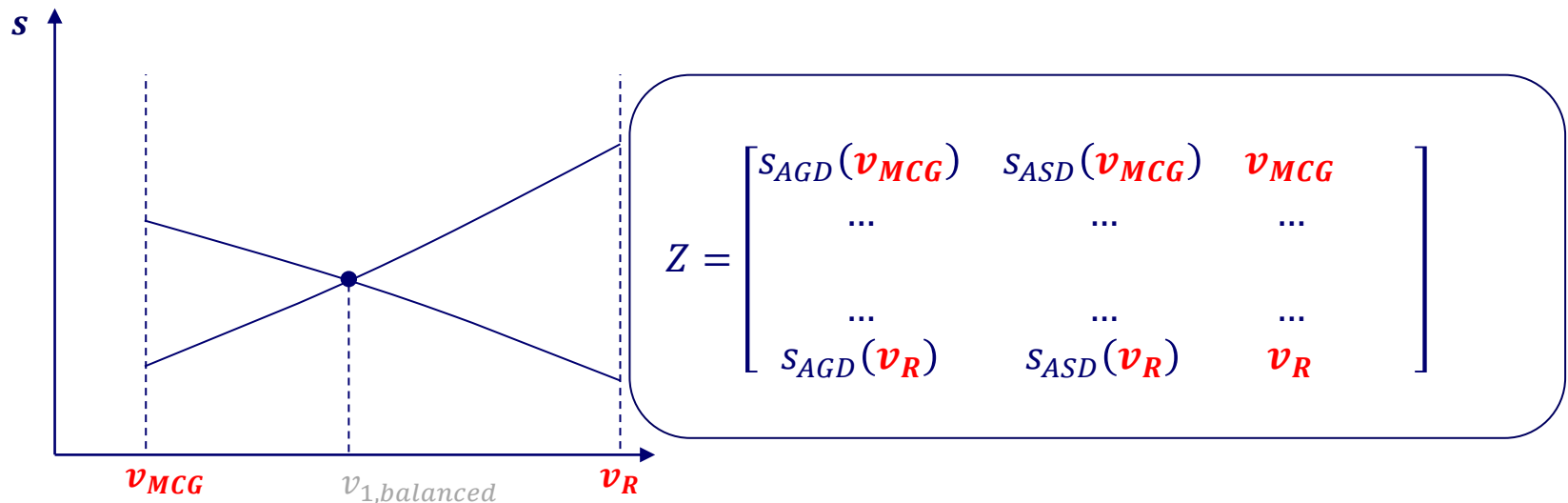
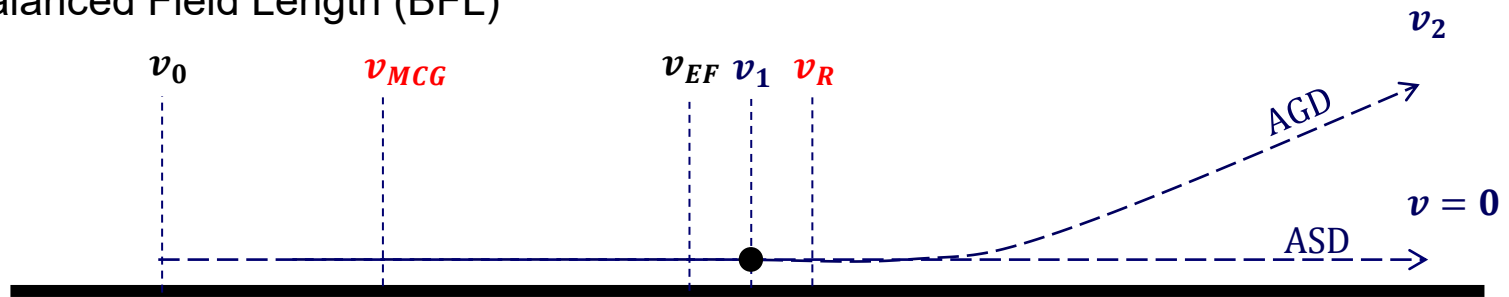
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

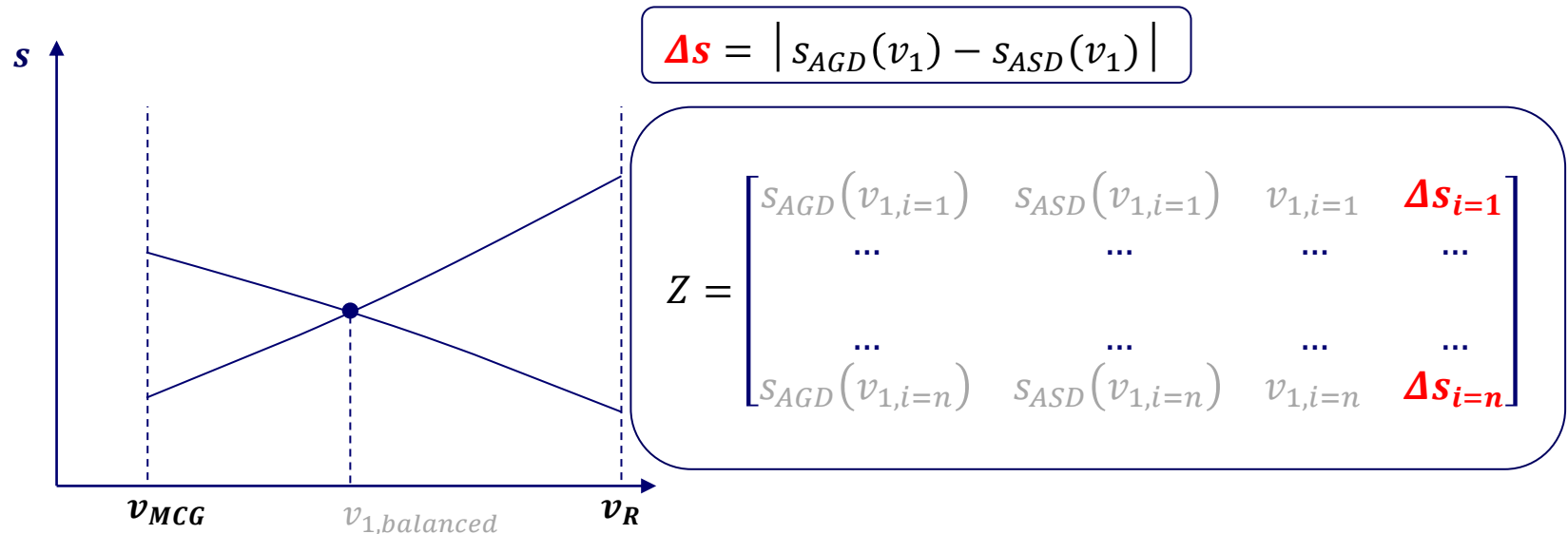
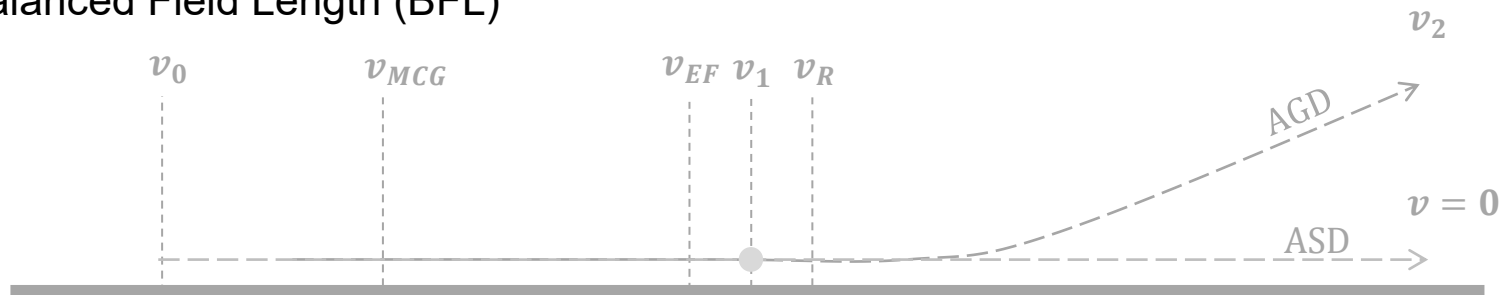
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

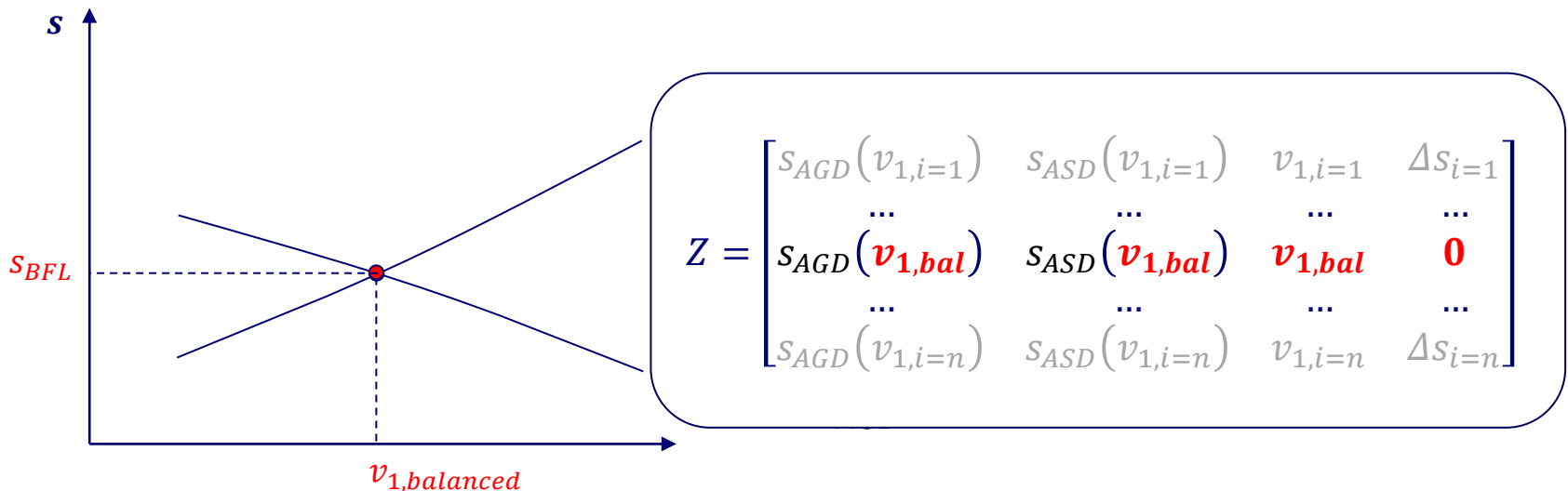
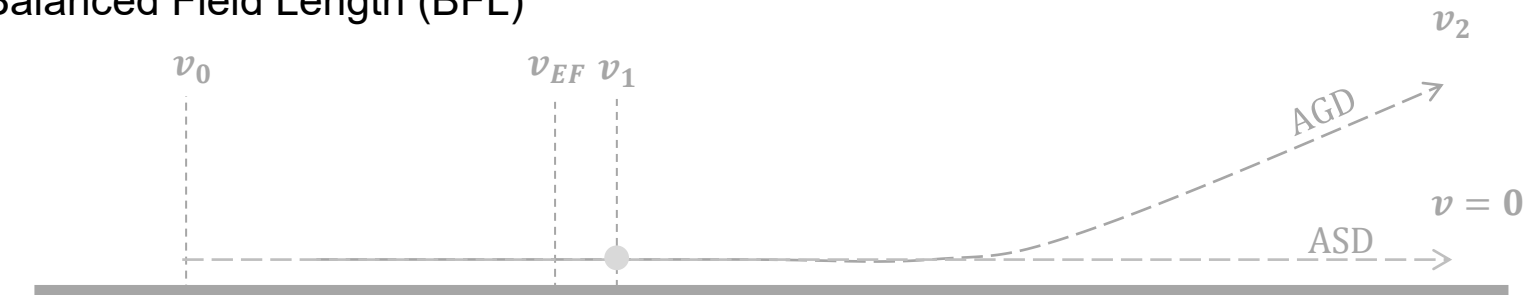
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

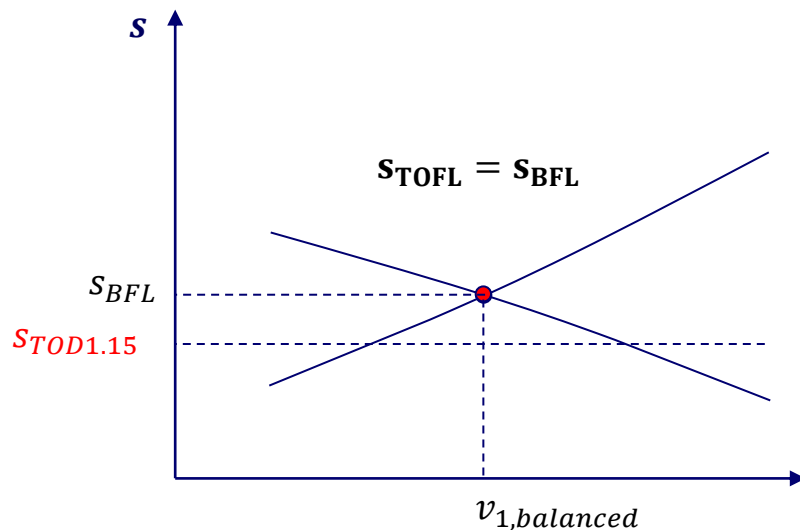
Balanced Field Length (BFL)



Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

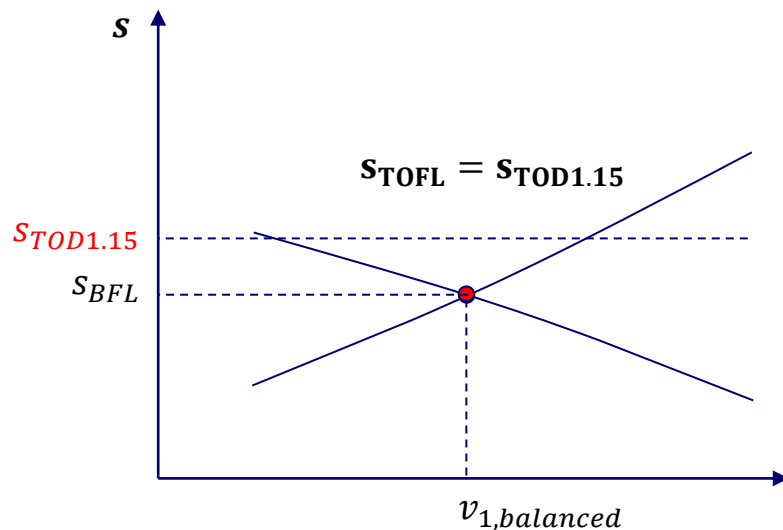
Balanced Field Length (BFL)



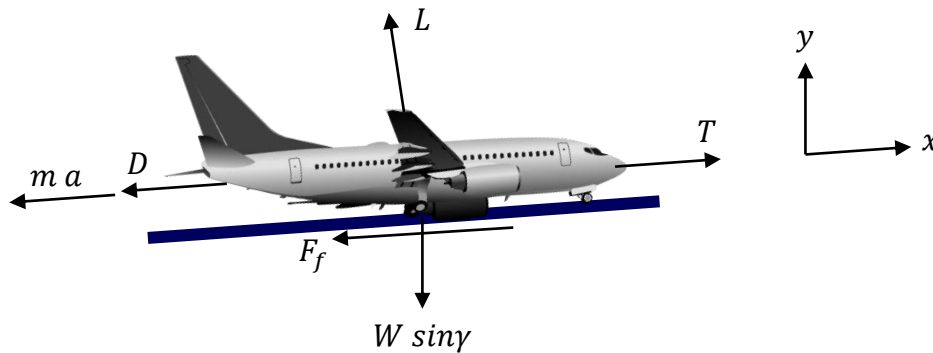
Einleitung

Numerische Berechnung der TOFL

Balanced Field Length (BFL)



Startrollstrecke



L	Auftrieb (Lift)
D	Widerstand (Drag)
F_f	Reibkraft (Friction)
T	Schub (Thrust)
W	Gewichtskraft (Weight)
m	Masse (Mass)
a	Beschleunigung (Acceleration)

Summe der Kräfte in x-Richtung $\sum F_x$:

$$m a = T - D - F_f - W \sin \gamma$$

Summe der Kräfte in y-Richtung $\sum F_y$:

$$W \cos \gamma - L - N = 0$$

$$a_n(v) = \frac{dv_g}{dt} = \frac{d^2 s_g}{dt^2} = \frac{1}{m} [T(\boldsymbol{v}) - D(\boldsymbol{v}) - F_f(\boldsymbol{v})] - g \cdot \sin \gamma$$

MATLAB: ODE45

Methodik – Numerische Berechnung der BFL

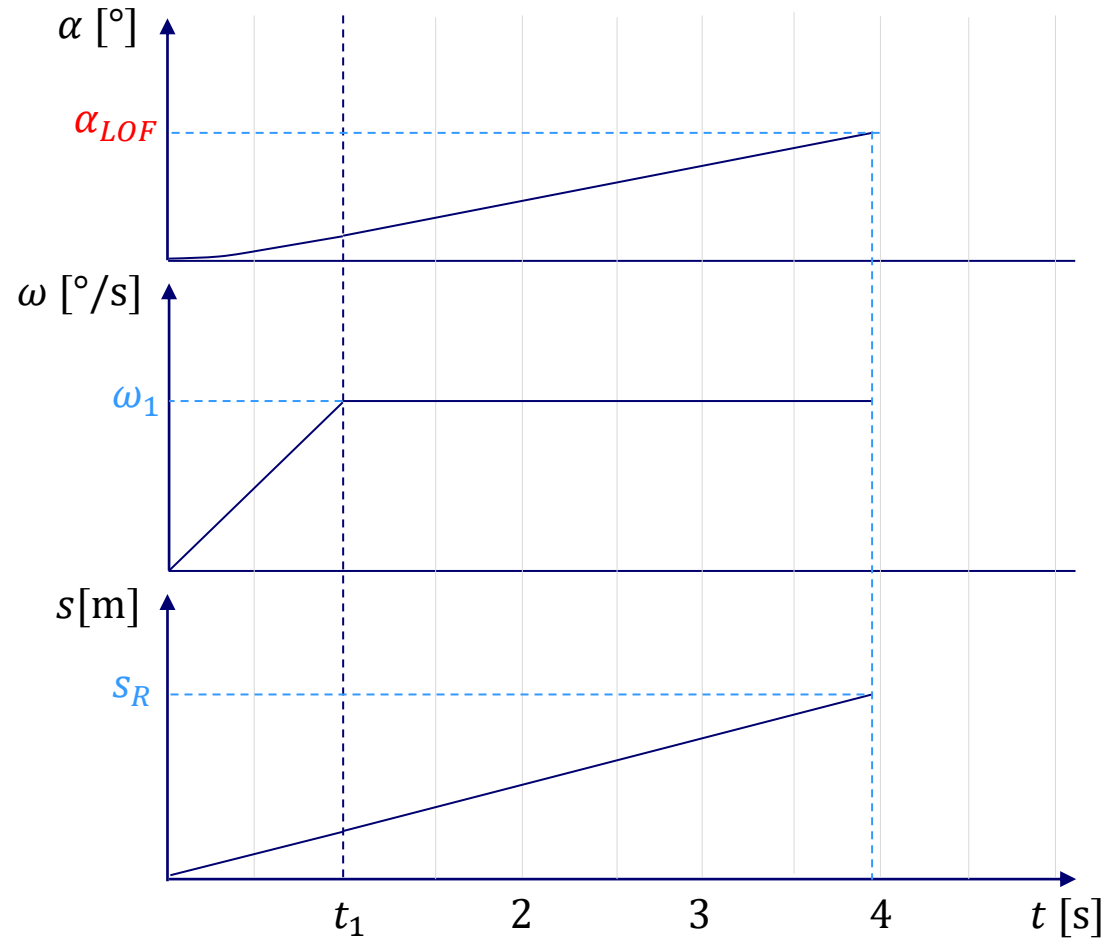
Rotationsstrecke

Anfangsbedingungen

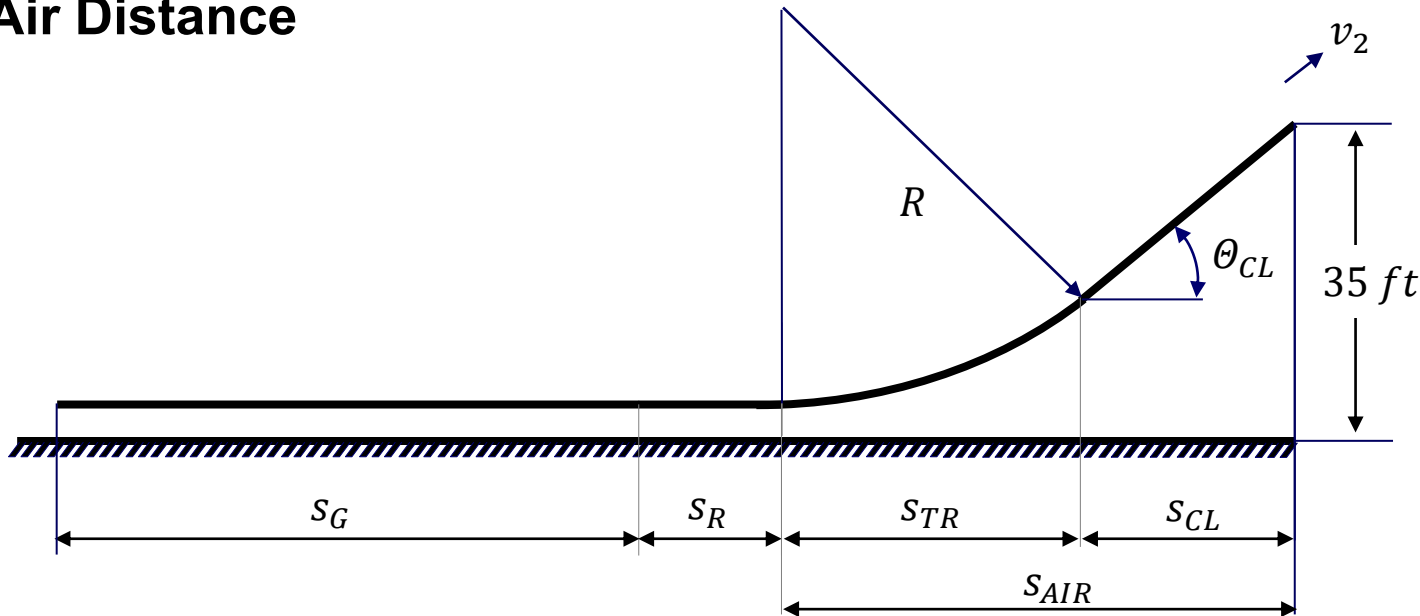
$$t_1 = 1 \text{ s}$$

$$\alpha_{LOF} = 10^\circ$$

$$\omega_1 = 3^\circ/\text{s}$$



Air Distance



$$S_{TR} = R \sin \theta_{CL}$$

$$S_{CL} = \frac{h_{obst} - h_{TR}}{\tan \theta_{CL}}$$

$$S_{AIR} = S_{TR} + S_{CL}$$

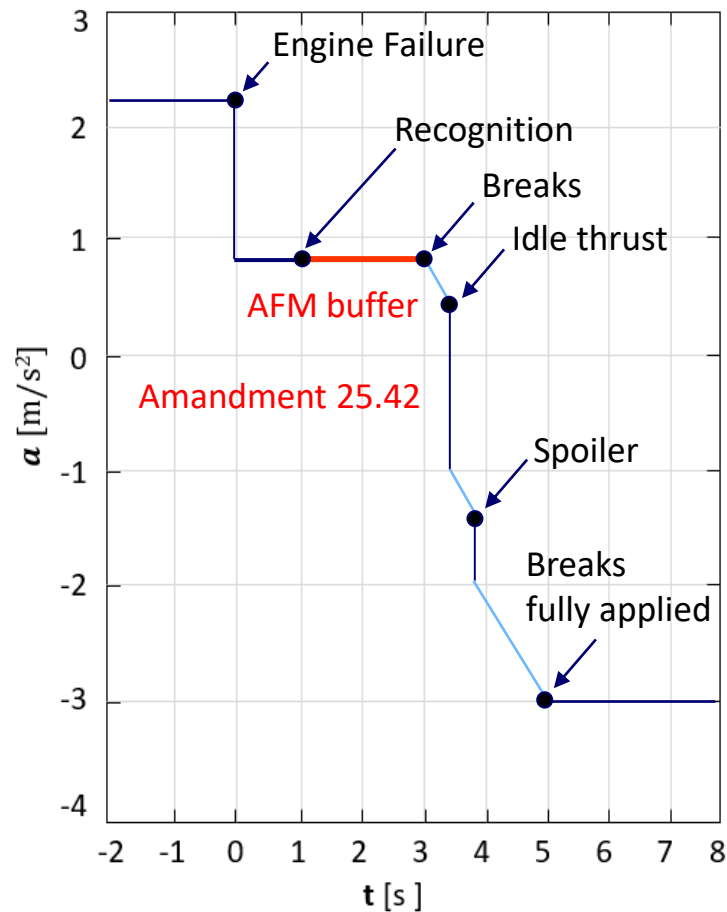
$$\theta_{CL} = \arcsin \left(\frac{T - D}{W} \right)$$

$$h_{TR} = R - R \cos \theta_{CL} = R(1 - \cos \theta_{CL})$$

$$R = \frac{v_{LOF}^2}{g(n - 1)} = \frac{v_{LOF}^2}{0.15 g}$$

$$n = \frac{v_{LOF}^2}{v_s^2} \cdot \frac{C_{L,LOF}}{C_{L,max}} \approx \left(\frac{1.2 \cdot v_s}{v_s} \right)^2 \cdot 0.8 = 1.152$$

Stop Distance



Methodik

Analytische Berechnung der TOFL

Balanced Field Length nach Torenbeek 1982

$$BFL = \frac{0.863}{1 + 2.3G} \left(\frac{W/S}{\rho g C_{L,2}} + h_{sc} \right) \left(\frac{1}{T_{av}/W - u} + 2.7 \right) + \left(\frac{655}{\sqrt{\rho/\rho_{SL}}} \right)$$

$$T_{av} = 0.75 T_0 \left[\frac{5 + \lambda_{BPR}}{4 + \lambda_{BPR}} \right]$$

$$G = \gamma_2 - \gamma_{min}$$

$$\gamma_2 = \arcsine \left[\frac{T_{av}}{W} + \frac{C_{D,2}}{C_{L,2}} \right]$$

$$u = 0.01 C_{Lmax,TO} + \mu$$

Analytische Berechnung der TOFL nach Laurence Loftin 1980

$$s_{TOG} = \int_0^{v_{LOF}} \frac{m_{TO} v \cdot dv}{T_{TO} - D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma}$$

$$T_{TO} - D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma = \text{konst.}$$

Konstanter Schubüberschuss

Analytische Berechnung der TOFL nach Laurence Loftin 1980

$$s_{TOG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_{TO} v_{LOF}^2}{T_{TO} - D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma}$$

$$T_{TO} \gg | -D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma |$$

$$s_{TOFL} = k_x \cdot s_{TOG}$$

$$s_{TOFL} = k_{TO} \cdot \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

$$k_{TO} = 2.34$$

$$k_{TO} = k_x 1.2^2 / (\rho_0)$$

$$C_{L,LOF} \approx 1/(1.2^2) C_{L,max,TO}$$

Analytische Berechnung der TOFL nach Ilan Kroo 2001

$$S_{TOG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_{TO} v_{LOF}^2}{T_{TO} - D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma}$$

$$S_{TOFL,2eng} = 857.4 + 28.43 x + 0.0185 x^2$$

$$S_{TOFL,4eng} = 486.7 + 26.20 x + 0.0093 x^2$$



$$x = \frac{W^2}{\sigma C_{L_{max,TO}} S_w T_{.7 VLO}}$$

Analytische Berechnung der BFL nach Kumar Kundu 2010

$$S_{TOG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_{TO} v_{LOF}^2}{T_{TO} - D_{TO} - \mu(mg - L_{TO}) - m_{TO} g \sin \gamma}$$

$$S_{TOFL,2eng} = \frac{1.44}{0.5 g \rho_0} \cdot \frac{1}{\sigma C_{Lmax,TO}} \frac{(W/S)}{(T/W)}$$



$$T_{OEI} = 0.5 T_{TO}$$

$$S_{TOFL,4eng} = \frac{1.44}{0.75 g \rho_0} \cdot \frac{1}{\sigma C_{Lmax,TO}} \frac{(W/S)}{(T/W)}$$



$$T_{OEI} = 0.75 T_{TO}$$

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$



S_{TOFL}
 C_{LmaxTO}
 S_W
 m_{TO}
 T_{TO}

← (Jenkinson 2001)

$$S_{TOFL} = k_{TO} \cdot \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

$$S_{TOFL} = m \cdot x$$

(Loftin 1980)

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

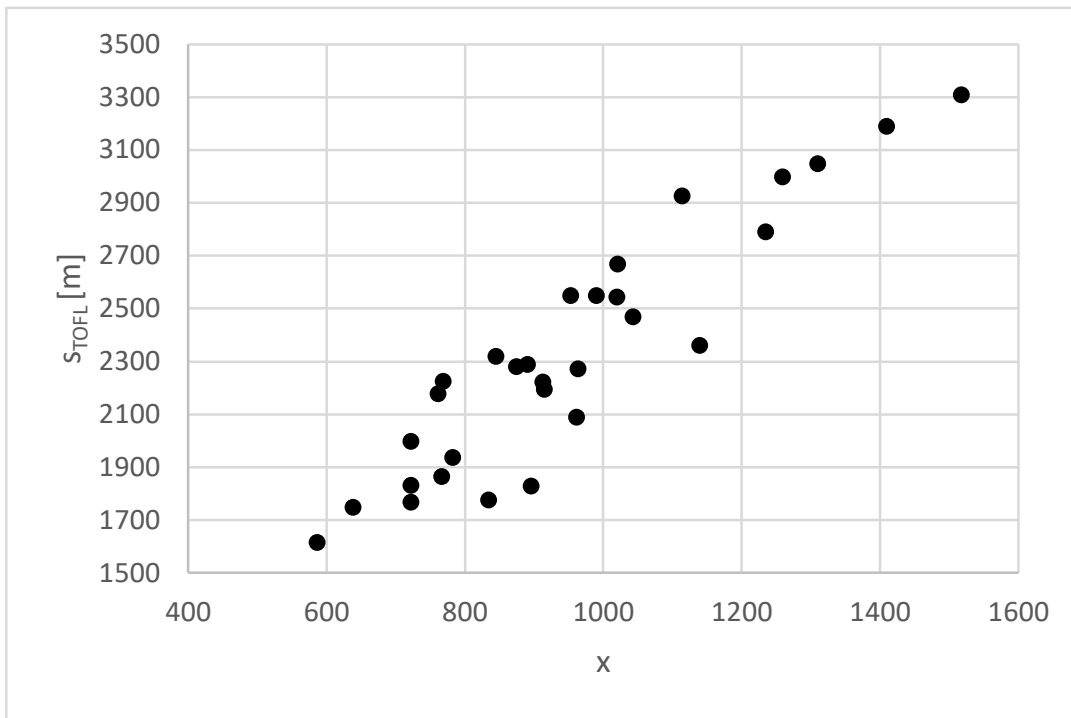


Bild 3 Statistical TOFL evaluation

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

$$s_{TOFL} = m \cdot x + b$$

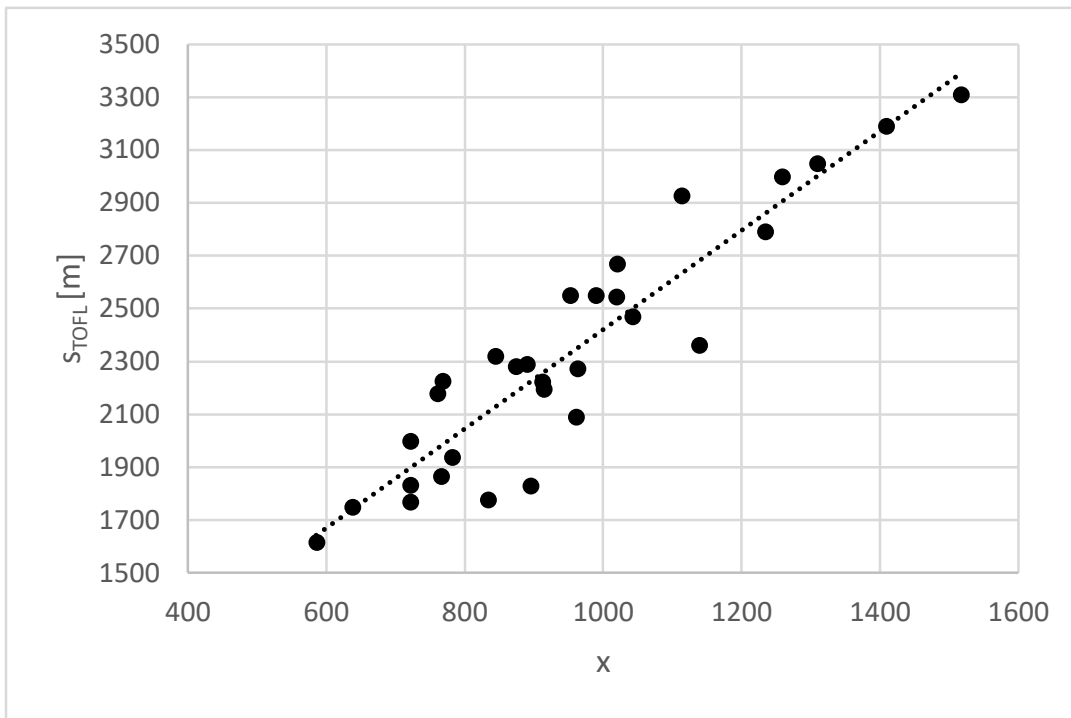


Bild 4 Statistical TOFL evaluation – Average TOFL

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

$$s_{TOFL} = 1.876 x + 543.28$$

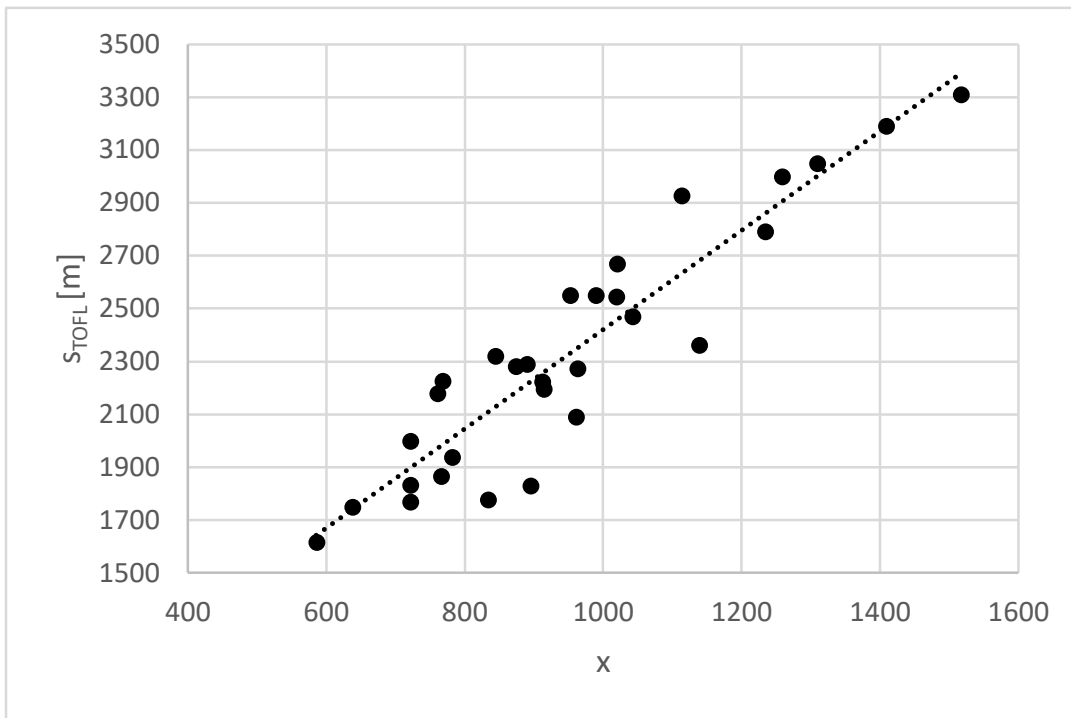


Bild 4 Statistical TOFL evaluation – Average TOFL

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)} \quad s_{TOFL} = 1.876 x + 543.28$$

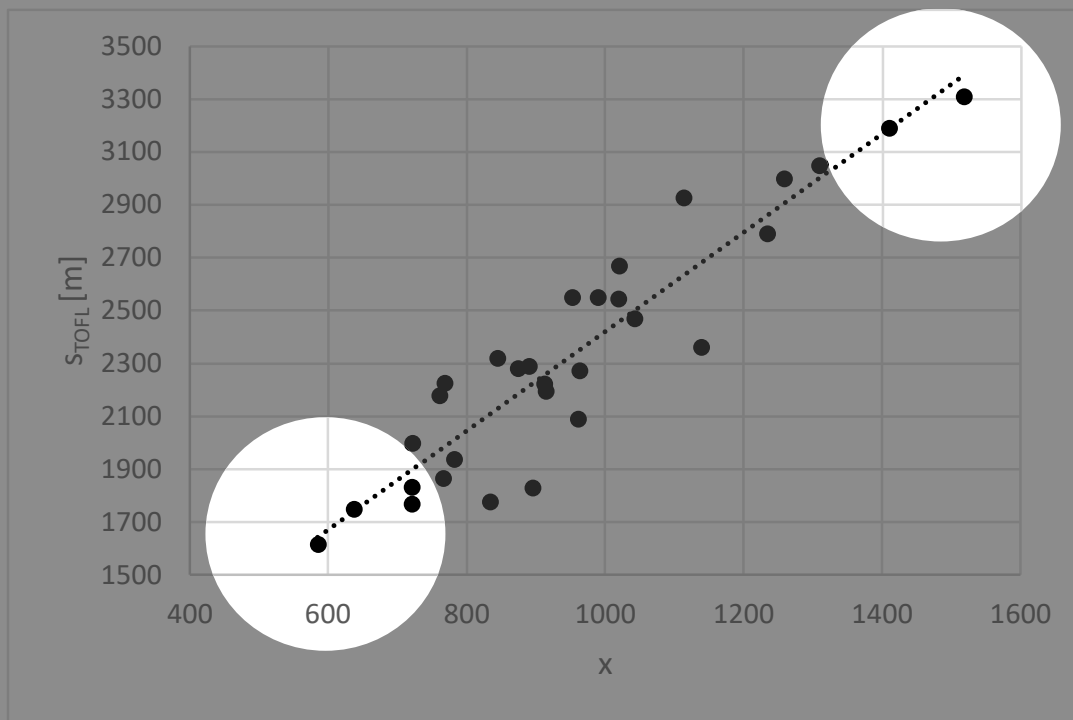


Bild 4 Statistical TOFL evaluation – Average TOFL

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)} \quad s_{TOFL} = 1.876 x + 543.28$$

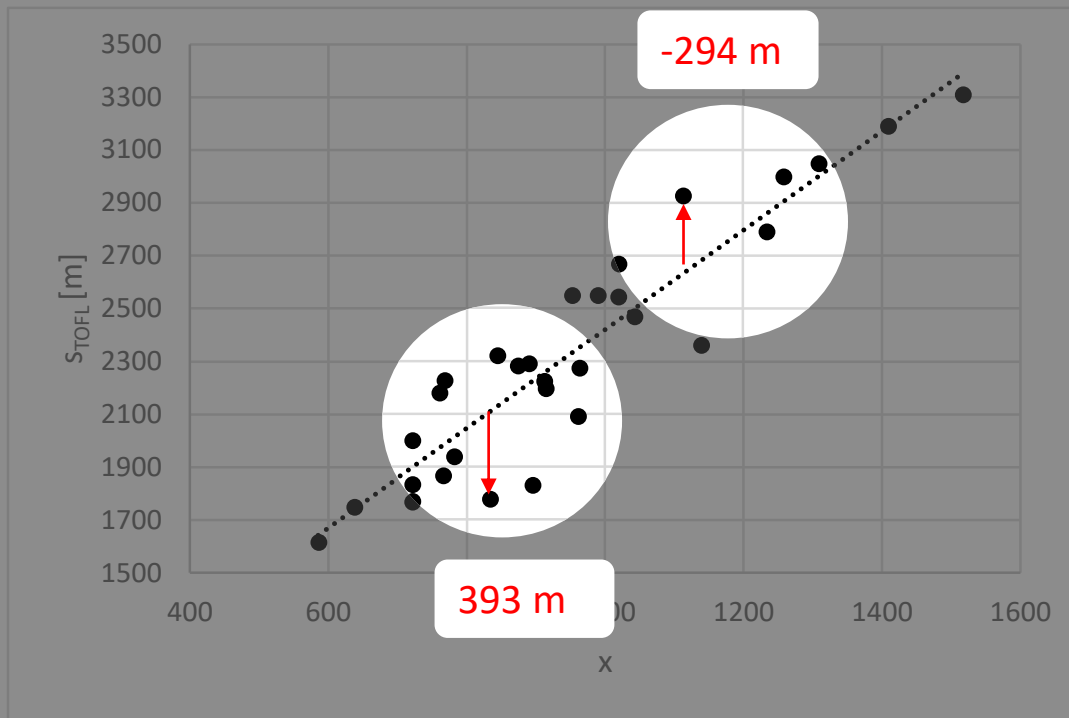


Bild 4 Statistical TOFL evaluation – Average TOFL

Methodik – Analytische Berechnung der TOFL

Analytische Berechnung der TOFL

$$x = \frac{1}{\sigma \cdot C_{LmaxTO}} \cdot \frac{m_{MTO}/S_W}{T_{TO}/(m_{MTO} \cdot g)}$$

$$s_{TOFL} = 1.876 x + 543.28$$

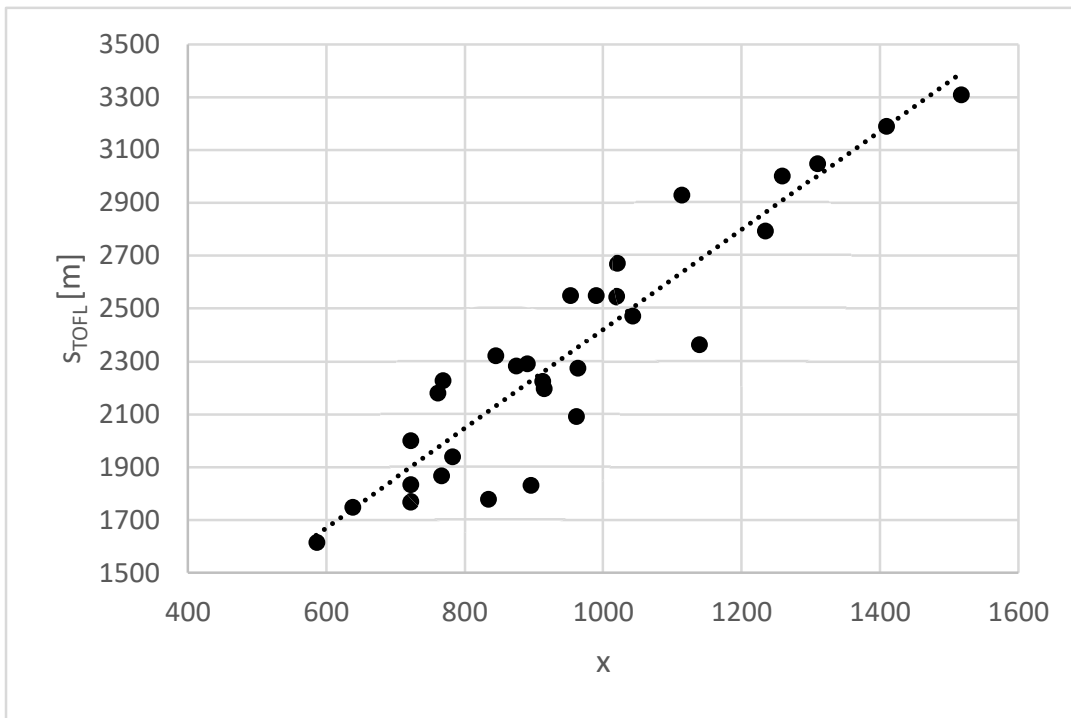


Bild 4 Statistical TOFL evaluation – Average TOFL

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Ergebnis

Ergebnis

Parameter-Variationen

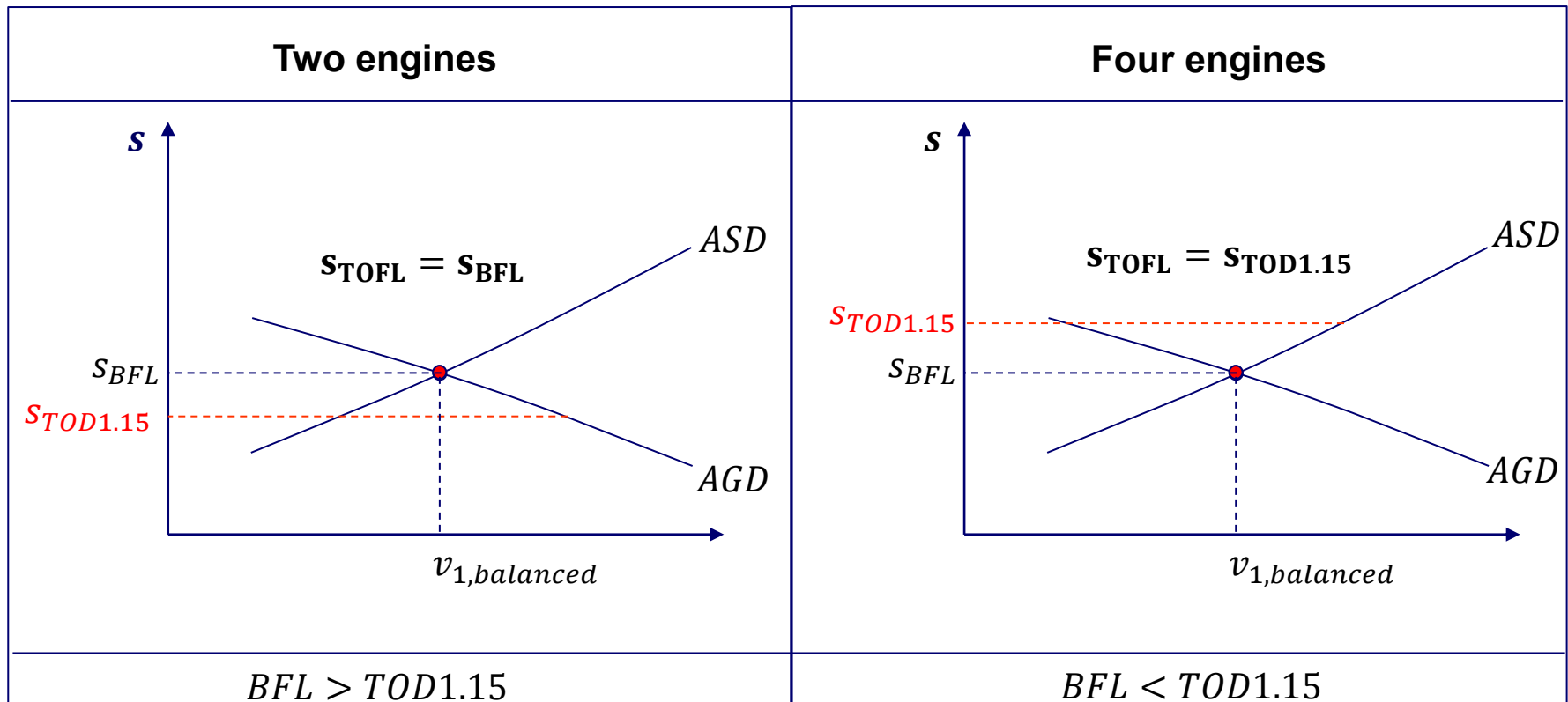
H	$0 \leq H \leq 2000 \text{ ft}$
$C_{Lmax,TO}$	Konfiguration: 1+F / 2 / 3
m/S (A320)	$571 \text{ kg/m}^2 \leq m/S \leq 639 \text{ kg/m}^2$
m/S (A340)	$689 \text{ kg/m}^2 \leq m/S \leq 799 \text{ kg/m}^2$
T_0 (A320)	$111.2 \text{ kN} \leq T_0 \leq 133.5 \text{ kN}$
T_0 (A340)	$138.8 \text{ kN} \leq T_0 \leq 151.3 \text{ kN}$



$\Delta TOFL$

Ergebnis

TOD1.15 vs. BFL



Ergebnis

Total

Tabelle 1 Ergebnisse - Abweichungen

		$\Delta_{\min}$ [%]	$\Delta_{\max}$ [%]
BFL	Torenbeek	0.4	13.1
	Kundu	4.4	28.2
TOFL	Kroo	1.9	13.9
	Loftin ($k_{TO} = 2.34$)	4.9	10.7
	Loftin ($y = m x + b$)	0.1	5.4

Zusammenfassung

Zusammenfassung

Allgemein

- Zwei Triebwerke: $BFL > TOD1.15$ → $TOFL = BFL$
- Vier Triebwerke: $BFL < TOD1.15$ → $TOFL = TOD1.15$

Analytische Berechnung der TOFL

- $\Delta s = 0.1 \% \text{ bis } 28.2 \%$
- Geringste Abweichung: modifiziertes Verfahren nach Loftin
- Größte Abweichung: Verfahren nach Kundu
- Statistische Auswertung: Abweichungen bis 393 m (21.5 %)
 - Sämtliche Jet-Flugzeuge können nicht mit EINER Gleichung abgebildet werden

Empfehlung

- Flugzeugentwurf: Analytisches Verfahren nach Loftin
- Performance Berechnung: Numerische Berechnung
- Unabhängig von der Quelle Ergebnisse IMMER kritisch hinterfragen!

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Literaturverzeichnis

AIRBUS, 2002. *Getting to Grips with Aircraft Performance. A320*. Blagnac, France.

AIRBUS, 2005a. *Flight Crew Operating Manual (FCOM): A318/A320/A321*. Blagnac, France.

AIRBUS, 2005b. *Flight Crew Operating Manual (FCOM): A340*. Blagnac, France.

BALZER, Sebastian, et al., 2021. *A Focus on the Takeoff Rotation*. In: The Airbus Safety magazine. Blagnac, France: Airbus, January 2021.

BARTEL, Matthias, YOUNG, Trevor, 2008. *Paper: Simplified Thrust and Fuel Consumption Models for Modern Two-Shaft Turbofan Engines*. In: AIAA ATIO Conference, and CEIAT International Conference on Innovation and Integration in Aerospace Sciences No7, Belfast: AIAA.

JENKINSON, Lloyd, RHODES, Darren, SIMPKIN, Paul, 2001. *Civil Jet Aircraft Design*. London, UK: Butterworth-Heinemann.

JOINT AVIATION AUTHORITIES: *Joint Aviation Requirements, CS -25, Large Aeroplanes*

KUNDU, Ajoy.Kumar, 2010. *Aircraft Design*, New York, USA: Cambridge University Press.

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Literaturverzeichnis (2)

KROO, Ilan, 2001. *Aircraft Design: Synthesis and Analysis*, Stanford, USA: Desktop Aeronautics.

LOFTIN, Laurence K., 1980. *Subsonic Aircraft: Evolution and the Matching of Size to Performance*. In: NASA Reference Publication 1060.

NICOLAI, Leland Malcolm, CARICHNER, Grant, 2010. *Fundamentals of Aircraft and Airship Design*, Reston, Virginia, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics.

SCHEIDERER, Joachim, 2008. *Angewandte Flugleistung: Eine Einführung in die Operationelle Flugleistung vom Start bis zur Landung*. Berlin, Heidelberg, Germany: Springer.

SCHOLZ, Dieter, 1998. *Berechnung der Rollstrecke beim Start Konventioneller Flugzeuge*. Hamburg, Germany: Department of Automotive and Aeronautical Engineering, HAW Hamburg.

SCHOLZ, Dieter, 1999. *Tafelbilder zur Vorlesung Flugmechanik*. Hamburg, Germany: Department of Automotive and Aeronautical Engineering, HAW Hamburg.

SCHOLZ, Dieter, 2015. *Aircraft Design Lecture Notes*. Hamburg, Germany: Department of Automotive and Aeronautical Engineering, HAW Hamburg.

Numerical and Analytical Takeoff Field Length Calculations for Jet Aircraft

Literaturverzeichnis (3)

SMARTCOCKPIT, 2021. *Avoiding Tail Strike*. Airbus

TORENBEEK, Egbert, 1982. *Synthesis of Subsonic Airplane Design*, Delft, Netherlands: Delft University Press.

YOUNG, Trevor, 2018. *Performance of the Jet Transport Airplane - Analysis Methods, Flight Operations, and Regulations*. Limerick, Ireland: John Wiley & Sons,